O coeficiente de majoração dos esforços globais γ_z e algumas relações úteis

Francisco Paulo Graziano
Gramont Engenharia

1. INTRODUÇÃO.

O presente trabalho pretende estabelecer uma relação analítica entre o, recém proposto[1], coeficiente de instabilidade γ_z e o conhecido parâmetro de instabilidade α, sugere ainda um modêlo simplificado de dimensionamento de pilares esbeltos de concreto armado, utilizando o coeficiente γ_z.

2. RELAÇÕES COM O DIAGRAMA MOMENTO CURVATURA DE UM PILAR PADRÃO.

Tomando-se um diagrama momento curvatura de um pilar padrão cujo material que o constitui seja de comportamento elástico e linear :

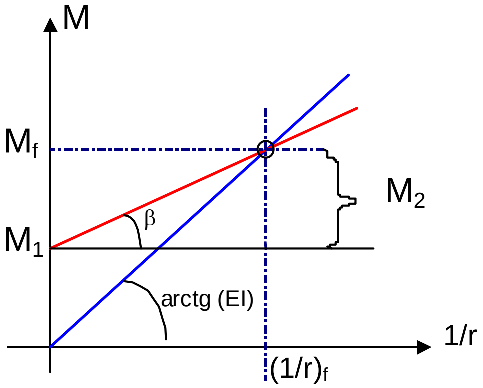


Figura A - Diagr. Momento x Curvatura

$$M_f = tg\beta \left(\frac{1}{r}\right)_f + M_1 \qquad (eq.1)$$

$$M_f = (EI) \left(\frac{1}{r}\right)_f \qquad (eq.2)$$

de (eq.1) e (eq.2) , temos que :

[1] O coeficiente γz foi proposto por FRANCO, Mário e VASCONCELOS, Augusto Carlos – Practical Assessment of Second Order Effects in Tall Buildings – in : Colloquium on the CEB-FIP Model Code 1990 – Rio de Janeiro , COOPE, URFJ, Agosto 1991.

Edição Eletrônica da ABECE - Julho de 2000
Av. Brigadeiro Faria Lima, 1685 – cj. 2D – 01452-001 – fone:3097 8591 – fax: 813 5719
Site: www.abece.com.br – E-mail: abece@abece.com.br

Francisco Paulo Graziano
Gramont Engenharia

$$tg\beta\left(\frac{1}{r}\right)_f + M_1 = (EI)\left(\frac{1}{r}\right)_f$$ donde,

$$\left(\frac{1}{r}\right)_f = \left(\frac{M_1}{EI - tg\beta}\right) \qquad (eq.3)$$

de (eq.3) com (eq.2), podemos escrever que :

$$M_f = (EI)\left(\frac{M_1}{EI - tg\beta}\right) \qquad (eq.4)$$

$$\left(\frac{M_t}{M_1}\right) = \gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{tg\beta}{EI}} \qquad (eq.5)$$

A equação (eq. 5) relaciona o coeficiente γ_z com a expressão do pilar padrão. A grandeza **tgβ** está relacionada à esbeltez do pilar, ou seja, ao efeito de segunda ordem geométrico do mesmo. Assim sendo, pode-se escrever:

$$M_2 = tg\beta\left(\frac{1}{r}\right)_f \qquad (eq.6)$$

No entanto, sabe-se que a expressão aproximada para o momento de segunda ordem pode ser expressa por

$$M_2 = N_d \frac{(l_e)^2}{10}\left(\frac{1}{r}\right) \qquad (eq.7)$$

donde , comparando (eq.6) e (eq.7)

$$tg\,\beta = N_d \frac{(l_e)^2}{10} \qquad (eq.8)$$

Edição Eletrônica da ABECE - Julho de 2000
Av. Brigadeiro Faria Lima, 1685 – cj. 2D – 01452-001 – fone:3097 8591 – fax: 813 5719
Site: www.abece.com.br – E-mail: abece@abece.com.br

O coeficiente de majoração dos esforços globais γ_z e algumas relações úteis

Francisco Paulo Graziano
Gramont Engenharia

Um exercício interessante é o de comparar-se as expressões aqui desenvolvidas em adimensionais com a equação simplificada da curvatura de 2ª ordem, preconizada pela NBR-6118, onde :

$$\left(\frac{1}{r}\right)_2 = \left(\frac{3,5+\varepsilon_{yd}}{(1+\nu)h}\right) \quad \text{com} \quad (1+\nu) \geq 1 \qquad (eq.9)$$

definindo-se que,

$$\nu = \frac{N_d}{bdf_{cd}} \quad e \quad \mu = \frac{M_d}{bd^2 f_{cd}}$$

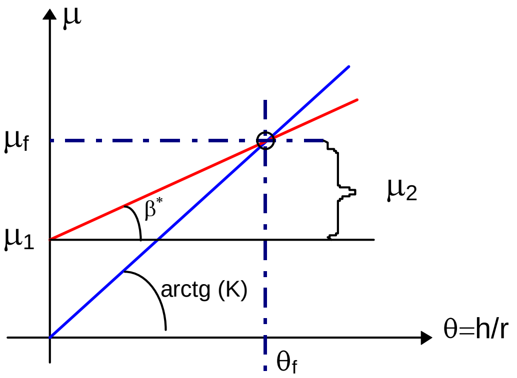


Figura B - Diagr. (Momento x Curvatura) reduzidos

Por analogia a (eq.5) podemos escrever que

$$\left(\frac{\mu_t}{\mu_1}\right) = \gamma_z = \frac{1}{1-\frac{tg\beta^*}{K}} \qquad (eq.10)$$

onde :

$$K = \frac{\mu_f}{\theta_f} = \frac{M_f}{f_{cd}.bh^2.h\left(\frac{1}{r}\right)}$$

Edição Eletrônica da ABECE - Julho de 2000
Av. Brigadeiro Faria Lima, 1685 – cj. 2D – 01452-001 – fone:3097 8591 – fax: 813 5719
Site: www.abece.com.br – E-mail: abece@abece.com.br

O coeficiente de majoração dos esforços globais γ_z e algumas relações úteis

Francisco Paulo Graziano
Gramont Engenharia

$$K = \frac{(EI)_{eq}}{f_{cd}.bh^3}$$

chamando-se , $I = \dfrac{A_c h^2}{\alpha_I}$ e $E_{eq} = \alpha_E f_{cd}$

temos : $K = \dfrac{\alpha_E}{\alpha_I}$ (eq.11) coeficiente adimensional que descreve a rigidez relativa do pilar. Quando a seção é retangular $\alpha_I = 12$ e para os concreto normais pode-se adotar $\alpha_E = 1000$ quando $\nu_d = 1$.

Revendo as expressões (eq.6/7/8), obtém-se :

$$\mu_2 = tg\beta^* \; \theta_f \qquad \text{(eq. 6a)}$$

$$\mu_2 = \nu_d \frac{(l_e)^2}{10.h^2} \theta_f \qquad \text{(eq. 7a)}$$

$$tg\,\beta^* = \nu_d \frac{(l_e)^2}{10 \cdot h^2} = \frac{\lambda^2 \nu_d}{10\alpha_I} \qquad \text{(eq. 8a)}$$

e desta forma ,

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \dfrac{\lambda^2 \nu_d}{10\alpha_E}} \qquad \text{(eq.12)}$$

Como Ei_{equi} do concreto cresce com ν_d , propõe-se a expressão abaixo corrigida.

Edição Eletrônica da ABECE - Julho de 2000
Av. Brigadeiro Faria Lima, 1685 – cj. 2D – 01452-001 – fone:3097 8591 – fax: 813 5719
Site: www.abece.com.br – E-mail: abece@abece.com.br

Francisco Paulo Graziano
Gramont Engenharia

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\lambda^2}{10\alpha_E}} \qquad \text{(eq.13)}$$

A equação (eq.13) apresenta o seguinte significado no diagrama de interação a se desenvolver um processo de verificação em ELU :

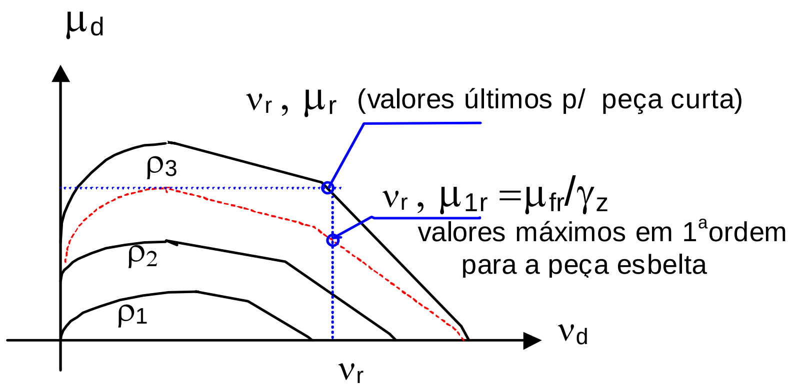


Figura C - Diagrama de interação (ν x μ) resistentes - considerada a esbeltez da peça pelo modelo proposto

O momento resistente para uma dada taxa ρ_3 correspondente a um par (ν_r ,μ_1) quando associado a um pilar padrão de esbeltez λ, apresenta um momento resistente $\mu_{1r} = \mu_{fr} / \gamma_z$. Este procedimento difere consideravelmente do adotado pela NBR-6118 uma vez que não arbitra uma excentricidade de 2ª ordem mas avalia qual seria a ampliação do esforço de 1ª ordem, devendo não produzir aquelas distorções muito a favor da segurança encontradas na expressão sugerida como aproximação da curvatura de 2ª ordem na Norma atual vigente.

No entanto para que não se apresente condições contra a segurança no caso de pilares com pouca excentricidade inicial, deve-se adotar:

$$e_i \geq 2 \text{ cm} \quad \text{e} \quad \frac{L_g}{250}$$

e com a excentricidade final $e_f = e_1 + e_2$, tal que

Edição Eletrônica da ABECE - Julho de 2000
Av. Brigadeiro Faria Lima, 1685 – cj. 2D – 01452-001 – fone:3097 8591 – fax: 813 5719
Site: www.abece.com.br – E-mail: abece@abece.com.br

Francisco Paulo Graziano
Gramont Engenharia

$e_f \geq \dfrac{\nu}{10}$ o que estabelece um "cut-off" no diagrama de interação

para casos de solicitação próximas à compressão centrada (ver figura D).

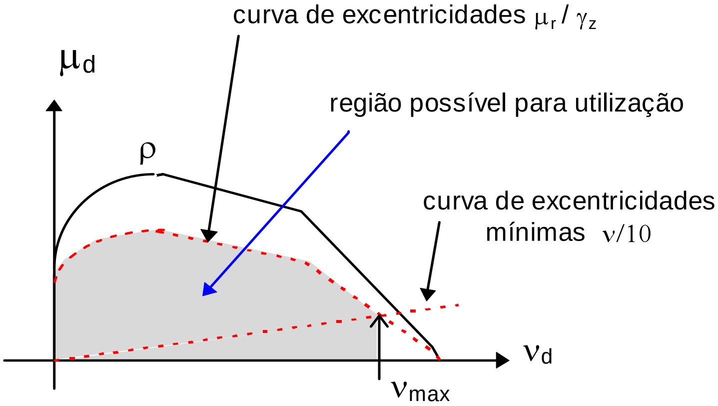


Figura D - Diagr. de interação (ν x μ) resistentes - visualização da região do diagrama para pares (ν x μ) possíveis em 1ª ordem para uma taxa de armadura, ρ , pré-definida.

3. RELAÇÕES COM O COMPORTAMENTO DE UM PÓRTICO PLANO EM ANÁLISE LINEAR.

Em um pórtico as relações entre o momento e a curvatura de uma seção (tal como no método do pilar padrão) não é adequada para caracterizar o comportamento global deste, quando sujeito a ações desestabilizadoras; por isso adotar-se-á as relações entre o momento e o deslocamento horizontal como balizadoras do estudo aqui desenvolvido.

Mantendo-se uma certa analogia com a **figura 1** do capítulo anterior pode-se imaginar para uma certa região de controle que:

Edição Eletrônica da ABECE - Julho de 2000
Av. Brigadeiro Faria Lima, 1685 – cj. 2D – 01452-001 – fone:3097 8591 – fax: 813 5719
Site: www.abece.com.br – E-mail: abece@abece.com.br

Francisco Paulo Graziano
Gramont Engenharia

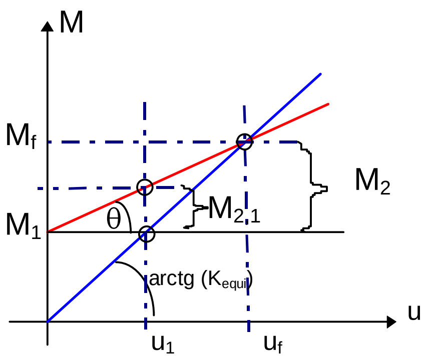


Figura E - Diagr. Momento total na base do pórtico x deslocamento horizontal de controle

A figura acima tem validade se assumida a hipótese de que existe proporcionalidade entre os deslocamentos de 1ª e de 2ª ordem para valores tomados em um mesmo nível em relação à base do pórtico, ou seja que as condições da figura abaixo sejam válidas.

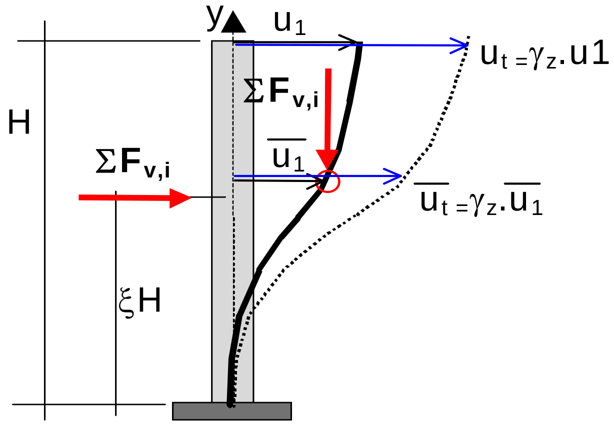


Figura F - definição das hipóteses adotadas

Notar que o deslocamento de controle u_1 foi de tal forma que :

Francisco Paulo Graziano
Gramont Engenharia

$$\xi H = \frac{\Sigma F_{h_i} \cdot y_i}{\Sigma F_{h_i}} \qquad (eq.14) \qquad e \qquad \bar{u} = \frac{\Sigma F_{h_i} \cdot u_i}{\Sigma F_{h_i}} \qquad (eq.15)$$

da figura E e F pode-se escrever que :

$$\bar{u}_1 = K_{equi}^{-1} . M_1 \qquad (eq.16)$$

$$\bar{u}_f = K_{equi}^{-1} . M_f \qquad (eq.17)$$

por analogia a (eq.3) , tem-se ;

$$\bar{u}_f = \frac{M_1}{K_{equi} - tg\,\theta} \qquad (eq.18)$$

dividindo-se a (eq.18) por $\mathbf{u_1}$ e lembrando que, por definição, $K_{equi} = \frac{M_1}{\bar{u}_1}$

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{tg\,\theta}{K_{equi}}} \qquad (eq.19)$$

observando-se a figura 5, identifica-se que $tg\,\theta = \frac{M_{2,1}}{u_1}$, que em (eq.19) produz:

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{M_{2,1}}{M_1}} \qquad (eq.20)$$

A (eq.20) é a forma corrente de apresentação do coeficiente γ_z , sendo $M_{2,1}$ o acréscimo de momento total na base do pórtico devido ao efeito de deslocabilidade horizontal de 1ª ordem. Podendo-se, portanto, escrever que

Francisco Paulo Graziano
Gramont Engenharia

$$M_{2,1} = \sum_{i=1}^{n} (F_{V_i} \cdot u_i) \qquad \text{(eq.21)}$$

sendo **n** o número total de traves horizontais do pórtico e **i** o identificador de uma trave genérica. Escrevendo a expressão (eq.21) em função do deslocamento de controle conforme a figura F, tem-se :

$$M_{2,1} = \bar{u}_1 \left(\sum_{i=1}^{n} F_{V_i} \right) \qquad \text{(eq.22)}$$

lembrando que $\mathrm{tg}\,\theta = \dfrac{M_{2,1}}{\bar{u}_1}$, obtém-se

$$\mathrm{tg}\,\theta = \frac{\bar{u}_1 \left(\sum_{i=1}^{n} F_{V_i} \right)}{\bar{u}_1}$$

$$\mathrm{tg}\,\theta = \sum_{i=1}^{n} F_{V_i} \qquad \text{(eq.23)}$$

Uma análise mais cuidadosa do resultado da expressão (eq.23) tem conseqüências importantes pois o coeficiente γ_z passa a ter uma apresentação em que a rigidez equivalente e a somatória das cargas verticais são as únicas variáveis envolvidas no fenômeno, semelhantemente ao coeficiente α . Basta para tanto substituir o conteúdo de (eq.23) em (eq.19) ,

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \dfrac{\Sigma F_{V_i}}{K_{equi}}} \qquad \text{(eq.24)}$$ [2]

Comentário:

Outra conseqüência importante é a de que, não necessariamente, o deslocamento médio deve coincidir com o relativo à cota ξ**H** . Na realidade, o coeficiente γ_z esta correlacionado a um pilar padrão ideal de altura ξ**H** que solicitado por uma carga horizontal Σ**F**$_{h,i}$,em seu tôpo, apresenta

[2] Serão omitidos deste ponto em diante os índices do somatório para maior simplicidade das expressões.

Edição Eletrônica da ABECE - Julho de 2000
Av. Brigadeiro Faria Lima, 1685 – cj. 2D – 01452-001 – fone:3097 8591 – fax: 813 5719
Site: www.abece.com.br – E-mail: abece@abece.com.br

Francisco Paulo Graziano
Gramont Engenharia

neste ponto um deslocamento e que ao submeter-se ao carregamento vertical $\Sigma \mathbf{F_{v,i}}$, leva o pilar ao deslocamento final γ_z.

4. RELAÇÕES COM O PARÂMETRO α DE INSTABILIDADE.

Visualizando a expressão abaixo, do parâmetro α de instabilidade, pode-se notar que este baseia-se na fórmula de flambagem de Eüler para uma barra sujeita a uma carga uniformemente distribuída na vertical e que, o método de determinação, impõe a necessidade de definir-se uma rigidez equivalente de uma barra em balanço em relação ao pórtico, tal que, sujeitos à mesma ação horizontal, produzam o mesmo deslocamento em uma mesma cota em relação à base. Almejando-se obter uma leitura unívoca do parâmetro α, se faz necessário a definição, também unívoca de como obter-se o $\mathbf{K_{equi}}$.

Uma maneira interessante e que facilita a correlação com o coeficiente γ_z é a de adotar-se como deslocamento de controle aquele obtido a uma distância $\xi \mathbf{H}$ da base e expresso conforme a (eq. 14 e 15).

$$\alpha = H\sqrt{\frac{\Sigma F_{V_i}}{(EI)_{equi}}} \qquad (eq.25)$$

Acompanhando a figura 6 pode-se escrever uma relação geral entre o deslocamento de acompanhamento $\bar{u}$ e a rigidez equivalente $\mathbf{(EI)_{equi}}$, através de um coeficiente de ajuste Ω.

$$\bar{u} = \frac{M_{base}\Omega^2 H^2}{(EI)_{equi}} \qquad (eq.26)$$

M_{base} é o momento total de 1ª ordem na base do pórtico
Ω é um coeficiente que depende da distribuição da rigidez dos elementos que compõe o pórtico e da forma do carregamento aplicado ao mesmo.

Revendo a figura 5 : $K_{equi} = \dfrac{M}{\bar{u}}$ e substituindo em (eq26)

$$(EI)_{equi} = \Omega^2 H^2 K_{equi} \qquad (eq.27)$$

Substituindo-se (eq.27) em (eq.25) elevada à 2ª potência ,

Edição Eletrônica da ABECE - Julho de 2000
Av. Brigadeiro Faria Lima, 1685 – cj. 2D – 01452-001 – fone:3097 8591 – fax: 813 5719
Site: www.abece.com.br – E-mail: abece@abece.com.br

Francisco Paulo Graziano
Gramont Engenharia

$$\alpha^2 = \frac{\Sigma F_{V_i}}{\Omega^2 K_{equi}} \qquad (eq.28)$$

Pode-se aplicar em (eq.28) a relação de (eq.23), ou seja :

$$\alpha^2 = \frac{tg\,\theta}{\Omega^2 K_{equi}} \qquad (eq.29)$$

Aplicando a (eq.19) em (eq.29) :

$$\Omega^2 \alpha^2 = \left(1 - \frac{1}{\gamma_z}\right) \qquad (eq.30)$$

Que é a expressão que relaciona o parâmetro α de instabilidade. Notar que a condição para que esta relação tenha validade é a de adotar-se como deslocamento de referência aquele obtido pela expressão (eq. 15) associado a uma distância, ver (eq.14), ξ**H** da base do pórtico, isto demanda que inicialmente, obtenha-se o panorama de deslocamentos do pórtico ao longo da altura do mesmo para o carregamento desestabilizante adotado, e a determinação de $(EI)_{equi}$, como se o mesmo se tratasse de um pilar padrão de altura ξ**H** e de deslocamento $\overline{u_1}$ no seu tôpo, quando solicitado por M_1. Desta maneira, a prática de obtenção da rigidez equivalente se dá compatibilizando-se o deslocamento $\overline{u_1}$ do pórtico com o do pilar padrão equivalente.

$$(EI)_{equi} = \frac{8 M_1 H^2}{\pi^3 \overline{u_1}}$$

, obtido igualando-se $(\Sigma F_V)_{crit}$ obtido pelo pilar em balanço solicitado por uma carga vertical uniformemente distribuída e $(\Sigma F_V)_{crit}$ obtido do pilar padrão equivalente. Portanto, da expressão acima substituída na (eq,26) é possível extrair-se o valor de

$$\Omega^2 = \frac{8}{\pi^3}$$

5. *FATORES DERIVADOS DAS EXPRESSÕES*

Av. Brigadeiro Faria Lima, 1685 – cj. 2D – 01452-001 – fone:3097 8591 – fax: 813 5719
Site: www.abece.com.br – E-mail: abece@abece.com.br

Francisco Paulo Graziano
Gramont Engenharia

É possível extrair-se da expressão (eq.26) e (eq.30) que ao

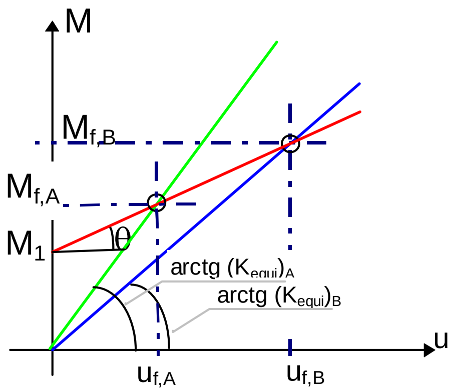


Figura 7 - Influência da variação da rigidez na determinação do γ_z

ou seja,

$$K_{equi,A} \; tg\,\theta = \left(1 - \frac{1}{\gamma_{z,A}}\right) \qquad (eq.31)$$

$$K_{equi,B} \; tg\,\theta = \left(1 - \frac{1}{\gamma_{z,B}}\right) \qquad (eq.32)$$

dividindo-se (eq.31) por (eq.32), tem-se

$$\frac{K_{equi,A}}{K_{equi,B}} = \frac{1 - \dfrac{1}{\gamma_{z,A}}}{1 - \dfrac{1}{\gamma_{z,B}}} \qquad (eq.33)$$

Edição Eletrônica da ABECE - Julho de 2000
Av. Brigadeiro Faria Lima, 1685 – cj. 2D – 01452-001 – fone:3097 8591 – fax: 813 5719
Site: www.abece.com.br – E-mail: abece@abece.com.br

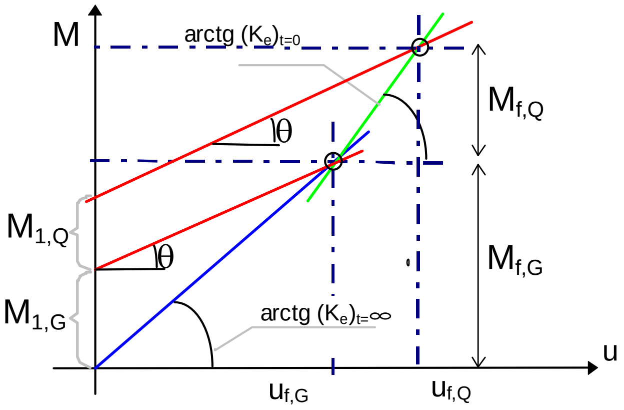
Francisco Paulo Graziano
Gramont Engenharia

Se a distribuição da proporcionalidade da rigidez entre os elementos que compõe os pórticos não se altera, quando se passa do pórtico A para o pórtico B, tudo acontece como se a alteração se desse apenas no módulo de elasticidade da matriz de rigidez que caracteriza a discretização dos mesmos, assim pode-se rever (eq.33) como segue

$$\frac{E_A}{E_B} = \frac{1 - \dfrac{1}{\gamma_{z,A}}}{1 - \dfrac{1}{\gamma_{z,B}}} \qquad (eq.34)$$

Decorre de (eq.34) que um γ_z obtido com um certo módulo de elasticidade pode ser útil na determinação para mesma estrutura do valor de γ_z associado a outra grandeza de módulo, útil quando se altera o tipo de material após a realização da análise do pórtico por um método computacional qualquer.

Atenção especial deve ser dada às estruturas não simétricas que, apenas solicitadas pela ação das cargas verticais, já imprimem ao pórtico um deslocamentos horizontais, que influem sobremaneira nas condições de estabilidade dos mesmos.



Portanto, é possível se desacoplar os processamentos para cargas verticais quase-permanentes e para as ações do vento, por exemplo, determinando separadamente seus respectivos coeficientes de instabilidade e simplesmente sobrepor os efeitos multiplicando cada carregamento por seus correspondentes coeficientes.

Edição Eletrônica da ABECE - Julho de 2000
Av. Brigadeiro Faria Lima, 1685 – cj. 2D – 01452-001 – fone:3097 8591 – fax: 813 5719
Site: www.abece.com.br – E-mail: abece@abece.com.br

Francisco Paulo Graziano
Gramont Engenharia

TROCANDO EM MIÚDOS

O que é parâmetro de instabilidade α ?

- parâmetro de instadilidade α é uma grandeza adimensional recomendada pelo CEB e que tem como objetivo informar ao projetista do edifício quando o efeito da instabilidade deverá ser considerado no mesmo.

- Considera-se que se o pórtico que contraventa o edifício possue um coeficiente α não maior do que 0,6 , este não necessita de uma consideração dos efeitos de 2^a ordem.

O que é coeficiente de instabilidade γ_z ?

- coeficiente de instabilidade γ_z é uma grandeza adimensional que além de informar que o edifício necessita de uma análise que leve em conta o efeito da instabilidade global, também fornece uma aproximação da ordem de amplificação deste efeito.

- Similarmente, considera-se que se o pórtico que contraventa o edifício possue um coeficiente γ_z não maior do que 1,1 , este não necessita de uma consideração dos efeitos de 2^a ordem.

- No caso acima, portanto, se γ_z for igual a 1,1, a interpretação deverá ser de que os efeitos de 2^a ordem devem causar uma amplificação de aproximadamente 10% sobres as ações que levam o pórtico do edifício a deslocar-se horizontalmente.

Av. Brigadeiro Faria Lima, 1685 – cj. 2D – 01452-001 – fone:3097 8591 – fax: 813 5719
Site: www.abece.com.br – E-mail: abece@abece.com.br